

Улучшение динамических характеристик упругой электромеханической системы

Л. А. Зиганшина

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
flaska-01-99@inbox.ru

К. А. Порохненко

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
ksenyawww@mail.ru

Аннотация. В работе составлена математическая модель электромеханической системы в среде MATLAB. Проведены исследования чувствительности системы к изменению параметров исполнительного органа, передаче упругих нагрузок. Рассмотрен вопрос о влиянии возмущающего воздействия на систему.

Ключевые слова: оптимальный регулятор, упругий объект, электромеханическая система

I. ВВЕДЕНИЕ

Анализ любой автоматизированной системы начинается с математического описания работы всех звеньев и механизмов.

Математическая модель должна соответствовать нескольким критериям:

1. учитывать поведение электрической машины как объекта управления;
2. просто описывать динамические процессы;
3. позволять синтезировать полученные законы управления.

При составлении описании сложных электромеханических систем используется принцип упрощения, однако при этом необходимо соблюдать главное правило: соответствие теоретических расчетов и практических результатов.

Одним из методов, который позволяет существенно упростить процесс построения сложной системы, является нормирование параметров.

Данный способ позволяет сократить количество коэффициентов в математическом описании сложных электромеханических систем и привести все параметры модели к эталонной. Такие модели выполняются в относительных единицах.

Помимо упрощения модели, этот способ позволяет создавать схемы, которые в дальнейшем могут быть использованы для изучения различными методами (например, частотными).

II. ДВУХМАССОВАЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА С УПРУГОСТЬЮ

Для приблизительных расчетов сложных электромеханических автоматизированных систем управления все механические связи подвижных элементов представляются как абсолютно жесткие.

Однако, такое представление не позволяет в полной мере оценить движение упругих элементов и их влияние на работоспособность системы в целом.

Реальный проектируемый автоматизированный объект является системой с распределенными параметрами. Введенные упрощения, позволяют рассмотреть сложные механизмы с сосредоточенными параметрами.

Однако, для правильного формирования системы необходимо учитывать следующие критерии:

Все силы и моменты, приложены к сосредоточенным массам;

Упругие элементы представляются звеньями с постоянными коэффициентами пропорциональности (между деформацией и моментом).

На рис. 1 представлен наиболее распространенный вариант упрощения сложной системы. В данном случае, якорь двигателя и исполнительный орган характеризуются как двухмассовая система с упругой передачей.

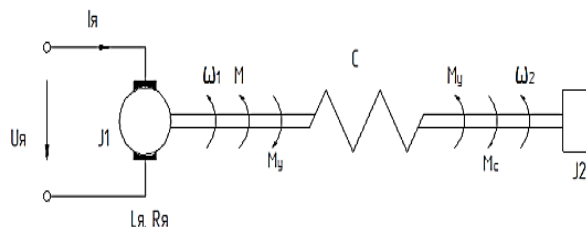


Рис. 1. Функциональная схема двухмассовой электромеханической системы с упругой связью

где $J1$ – момент инерции двигателя и редуктора; $\omega1$ – частота вращения якоря двигателя; M – вращающий момент двигателя; $Mу$ – момент упругих сил; C – коэффициент жесткости; $Mс$ – момент сопротивления нагрузки; $\omega2$ – частота вращения исполнительного органа; $J2$ – момент инерции исполнительного органа.

Упругая передача, под действием вращающего момента, который приложен к якорю двигателя, и момента сопротивления нагрузки, отклонена на некоторый угол.

При значениях действующих моментов в системе возникают колебания, которые являются затухающими.

Затухание колебаний может происходить под действием внутренних сил трения в упругих передачах. Главным условием такого процесса является отключение двигателя.

Используя способ, упрощающий процесс формирования математической модели, можно сделать вывод, что силы, которые описывают разности частот вращения масс (первой и второй) строго

пропорциональны. При этом, внешнее вязкое трение принимается равным нулю.

III. ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ УПРУГОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Для описания возмущенного движения динамической системы воспользуемся дифференциальным уравнением (1) в первом приближении:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \quad (1)$$

где A и B – матрицы чисел размером $n \times n$ и $n \times m$ соответственно; x – вектор переменных состояния; u – вектор управляющего воздействия.

Начальный момент времени принимается равным нулю: $t_0 = 0$.

Для определения состояния объекта управления необходимо спроектировать оптимальный регулятор.

Для правильного построения регулятора необходимо найти матрицы чисел K (2):

$$u = K \cdot x \quad (2)$$

Условие нахождения такое: матрица K должна быть такого вида, чтобы при асимптотически устойчивых движениях системы, которые происходят при произвольных отклонениях $x^{(0)}$, минимизировался функционал (3):

$$J = \int_0^{\infty} (x' Q x + u' u) dt \quad (3)$$

где Q – произвольно заданная положительно-определённая матрица размером $n \times n$.

Матрица K характеризуется как совокупность коэффициентов усиления регуляторов.

Тогда, управление построения регуляторов будет (4):

$$P \cdot A + A' \cdot P - P \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B' \cdot P + Q = 0 \quad (4)$$

Уравнение (4) представляет собой матричное уравнение и называется алгебраическим уравнением Риккати или уравнением Лурье.

На основании приведенных матричных уравнений, выделяется несколько этапов в процедуре конструирования регуляторов:

1. решение матричного уравнения Лурье (алгебраического уравнения Риккати);
2. выражение из решений только положительно-определённой матрицы P^0 ;
3. расчет матрицы усиления (регулятора).

Выполнение этапа 2 и 3 может быть при условии, что объект управления полностью управляем. Тогда, и только тогда находится единственное решение с положительно-определённой матрицей P^0 .

Полное управление объектом записывается в виде условия:

$$\text{rank}[B, A \cdot B, A^2 \cdot B, \dots, A^{(n-1)} \cdot B] = n \quad (5)$$

IV. СИНТЕЗ НАБЛЮДАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

Уравнение (4), которое характеризует управление объектом, называется условием управляемости для A и B .

Переменные состояния обычно вычисляются, однако это происходит не всегда. Одними из веских причин невозможности определения переменных являются:

1. датчиков, измеряющих соответствующих величин;
2. большая погрешность измерительных средств;
3. трудная реализация датчиков в проектируемой системе.

В последнее время, самым распространённым аналогом измерительных приборов является использование наблюдателей состояния систем.

Наблюдатель осуществляет оценку системы в начальный момент времени по значениям векторов выхода $y(t)$. При этом необходимо соблюдение условия, что $t > t_0$.

Одним из показателей работы наблюдателя является восстанавливаемость системы. Это возможность анализа системы по оценке $x(t_0)$ по значениям $y(t)$ при $t > t_0$.

Критерий наблюдаемости выполняется для системы (6) согласно своему определению.

$$\dot{x} = A \cdot x, \quad y = C \cdot x \quad (6)$$

Критерий наблюдаемости определяется из условия, что ранг матрицы наблюдаемости (7) равен порядку системы:

$$Q = (C^T | A^T \cdot C^T | (A^T)^2 \cdot C^T | \dots | (A^T)^{n-1} \cdot C^T) \quad (7)$$

Наблюдаемость зависит только от матриц A и C .

В системе устройство восстановления будет формироваться уравнениями (8):

$$\dot{\hat{x}} = A \cdot \hat{x} + B \cdot u; \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}^0 \quad (8)$$

Если $\hat{x}(t_0) = x(t_0)$, то решение уравнения (6) точно совпадает с решением системы. Если показатели не равны друг другу ($\hat{x}(t_0) \neq x(t_0)$), то возникает ошибка восстановления (9):

$$e = x - \hat{x} \quad (9)$$

Асимптотически устойчивому проектируемому объекту возможно уменьшить (9) в течении определенного количества времени.

Наблюдатель описывается уравнением (10), где используется восстановленное значение $C \cdot \hat{x}$.

$$\dot{x} = A \cdot \hat{x} + H \cdot (y - C \cdot \hat{x}) + B \cdot u \quad (10)$$

где H – матрица коэффициентов усиления наблюдателя.

Тогда ошибка восстановления будет иметь вид (11):

$$\dot{e} = [A - H \cdot C] \cdot e \quad (11)$$

Если матрицы уравнения постоянны, то значения матрицы H необходимо подобрать так, что полюса наблюдателя располагались левее полюсов оптимального регулятора.

Такое условие необходимо для окончания переходных процессов сначала в наблюдателе, а затем в самой исследуемой системе.

Также следует не делать сильное смещение, чтобы не усилить чувствительность наблюдателя и не нарушить исследование.

V. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Результующая структурная схема в пакете прикладных программ представлена на рис. 4.

Синтез системы проводится на основе влияния параметров исполнительного органа и упругих элементов (передачи) на переходный процесс.

На рис. 2 показано варьирование параметра J_2 .

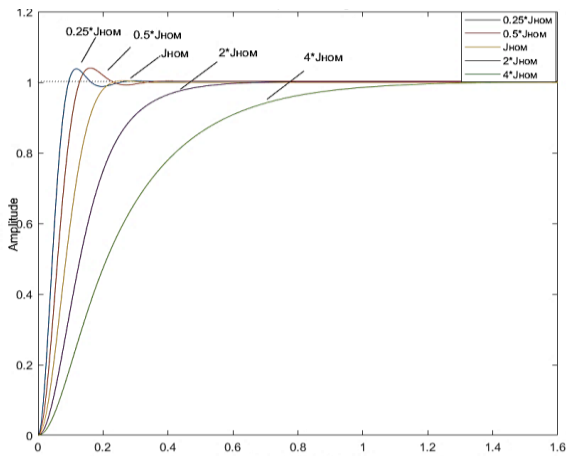


Рис. 2. Варьирование параметра J_2

Перерегулирование возникает при уменьшении J_2 (момента инерции второй массы), что приводит к увеличению быстродействия системы в целом.

Если происходит увеличение параметра J_2 , то быстродействие снижается, однако система также остается работоспособной (вид переходного процесса не меняется значительно).

В табл. I представлены численные показатели варьируемых параметров.

ТАБЛИЦА I ВАРЬИРОВАНИЕ ИССЛЕДУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ

	t_{per},c	$\sigma, \%$
$0,25*J_2$	0,0842	3,71
$0,5*J_2$	0,114	3,99
J_2	0,181	0,373
$2*J_2$	0,365	0
$4*J_2$	0,745	0

На рис. 3 представлено исследование влияния изменения коэффициента внутреннего трения упругой передачи на систему.

При уменьшении параметра K_c в системе возникают колебания.

При увеличении коэффициента внутреннего трения происходит незначительное увеличение времени регулирования.

На рисунке обозначены основные изменения моделируемой системы.

На рис. 3 показано варьирование параметра K_c .

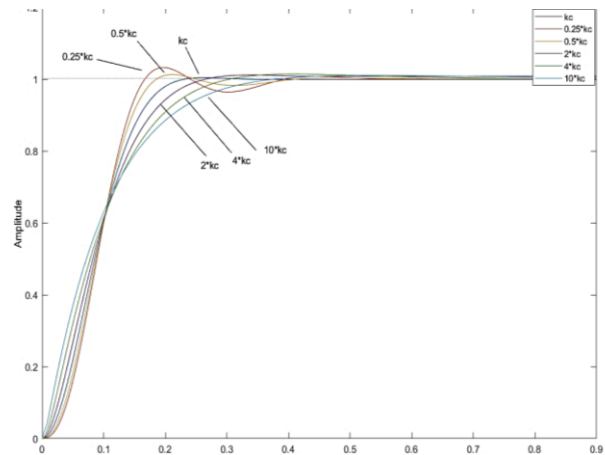


Рис. 3. Варьирование параметра K_c

На рисунке обозначены основные изменения моделируемой системы.

В табл. II представлены численные показатели варьируемых параметров.

ТАБЛИЦА II ВАРЬИРОВАНИЕ ИССЛЕДУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ

	t_{per},c	$\sigma, \%$
$0,25*K_c$	0,152	3,35
$0,5*K_c$	0,162	1,37
K_c	0,181	0,373
$2*K_c$	0,207	1
$4*K_c$	0,233	1,22

На рис. 5 представлено исследование влияния изменения постоянной времени T_c .

Коэффициент упругости обратно пропорционален постоянной времени T_c , поэтому увеличение значения T_c соответствует уменьшению значения коэффициента упругости.

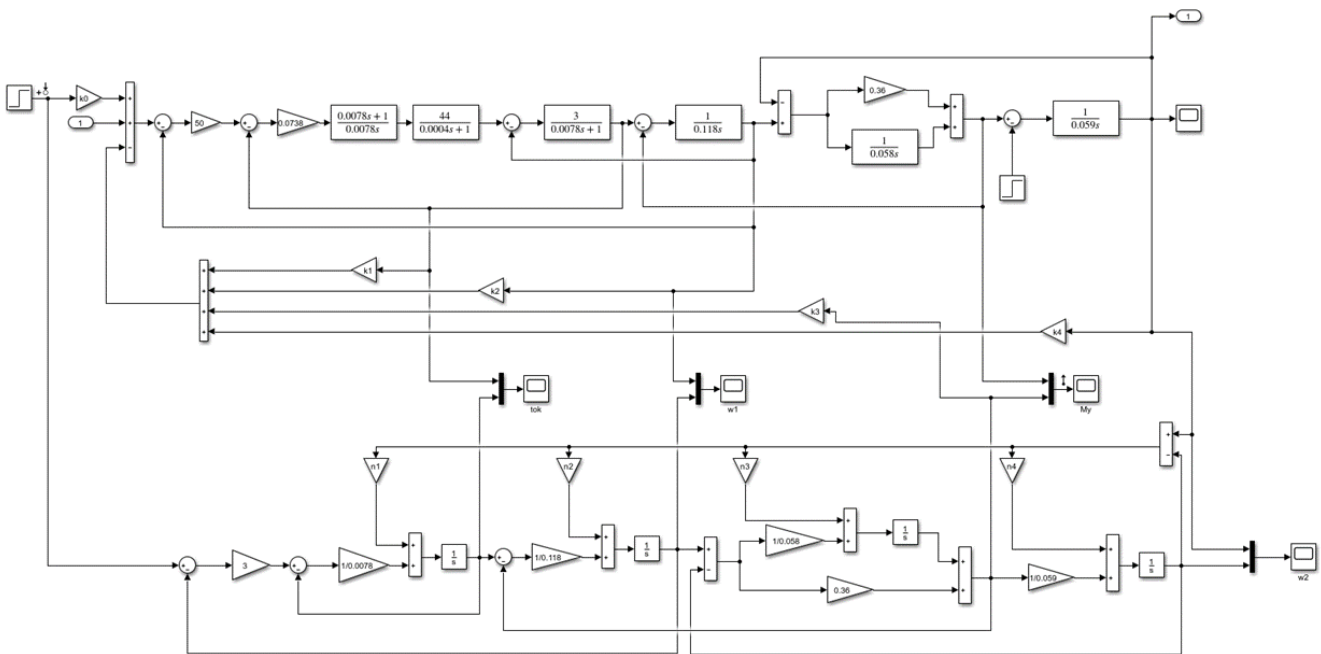


Рис. 4. Результирующая структурная схема в пакете MATLAB

На рис. 5 показано варьирование параметра T_c .

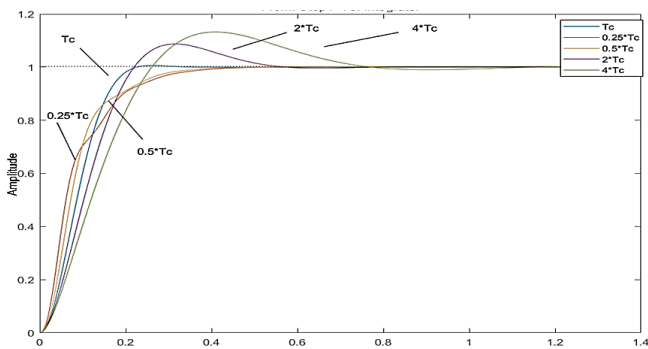


Рис. 5. Варьирование параметра T_c

По итогам исследования можно заключить, что тип переходного процесса не изменяется в диапазоне значений T_c [0.02;0.06] с.

При дальнейшем увеличении значения T_c появляется перерегуливание, а затем и колебания.

В табл. III представлены численные показатели варьируемых параметров.

ТАБЛИЦА III ВАРЬИРОВАНИЕ ИССЛЕДУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ

	$t_{per.c}$	$\sigma, \%$
$0,25 \cdot T_c$	0,263	0
$0,5 \cdot T_c$	0,248	0
T_c	0,181	0,373
$2 \cdot T_c$	0,413	8,45
$4 \cdot T_c$	0,611	13

По итогам исследования можно сделать вывод, что система с оптимальным регулятором является достаточно грубой, т.е. является нечувствительной в некотором смысле к изменениям параметров исполнительного органа, упругой передачи и нагрузке.

VI. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

К работе любой электромеханической системе предъявляют требования. Для проверки корректной

работы используется метод обработки возмущающего воздействия.

На рис. 6 представлен переходный процесс, отражающий реакцию системы на возмущение.

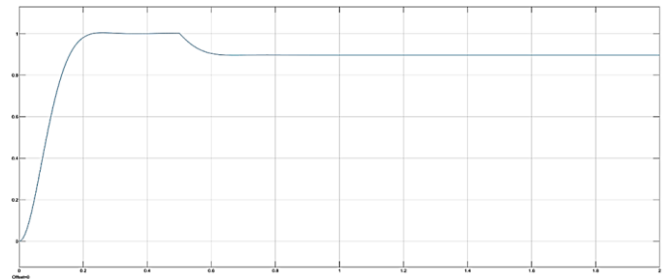


Рис. 6. Реакция системы на возмущение M_c

Исходя из графика, можно сделать вывод, что исследуемая электромеханическая система не удовлетворяет требованию качества. Устранения неточностей системы необходимо добавить в систему звено (разделительное) с передаточной функцией (12):

$$W(p) = \frac{0.1 \cdot p^2 + 0.775 \cdot p}{0.1 \cdot p^2 + 0.775 \cdot p + 1} \quad (12)$$

Результаты моделирования реакции системы представлены на рис. 7.

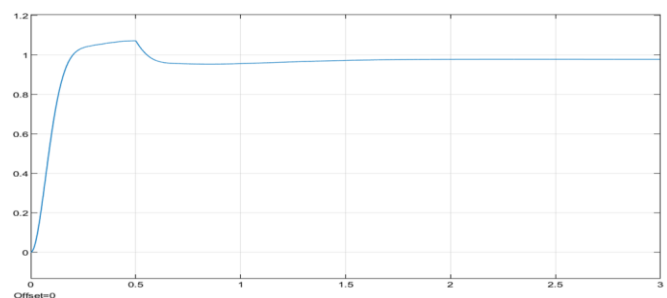


Рис. 7. Реакция скорректированной системы на возмущение M_c

Корректировка позволила установить статическую ошибку на уровне $\approx 3\%$, а компенсация возмущающего воздействия происходит приблизительно за 1 секунду.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной задачей в данной работе является моделирование и синтез упругой электромеханической системы.

В результате работы был определен оптимальный регулятор четвертого порядка с обратными связями по вектору переменных состояния.

Для восстановления недоступного измерению упругого момента разработан наблюдатель полного порядка.

Была достигнута достаточно низкая чувствительность к изменениям параметров исполнительного органа, упругой передачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Путов В.В., Шелудько В.Н. Адаптивные и модальные системы управления многомассовыми нелинейными упругими механическими объектами. СПб.: ООО «Техномедиа», Элмор, 2007. 244 с.
- [2] Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высш.шк., 1989. 263 с.
- [3] Борцов Ю.А., Второв В.Б. Математические модели и алгебраические методы расчёта автоматических систем. СПб: ЛЭТИ. 1992. 79 с.